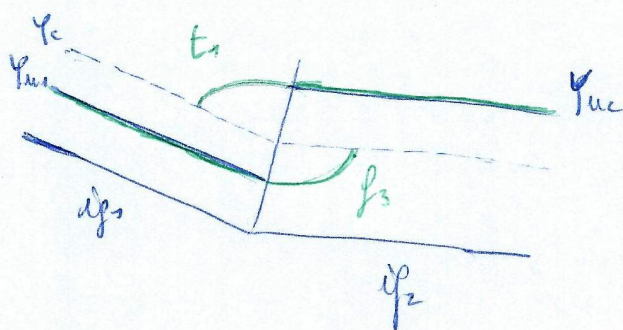
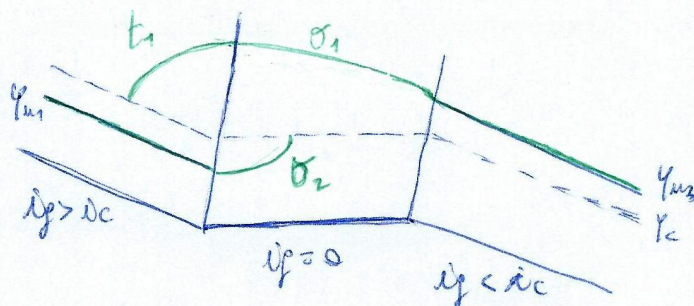


## Il risalto idraulico e le profondità coniugate

Esistono casi in cui non è univoca la soluzione del profilo. Ecco due esempi:

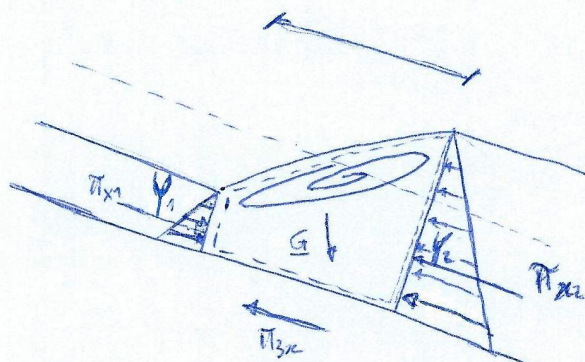


$$y_2 < y_c < y_1$$



Bisogna trovare un raccordo tra i due profili per eliminare la discontinuità. Tale raccordo è detto "risalto idraulico".

Per descrivere il risalto consideriamo un volume di controllo e applichiamo il principio di conservazione della quantità di moto (non si può usare l'equazione dei profili perché la soluzione non era univoca!). Proiettiamo lungo x direzione longitudinale:



$$\frac{\partial M_x}{\partial t} + F_{Kx}^{out} - F_{Kx}^{in} = G_x + \pi_x$$

In cui:

$$F_{Kx}^{out} = (\beta \rho Q U)_2 = \left( \rho \frac{Q^2}{\Omega} \right)_2 = \frac{\rho Q^2}{b y_2}$$

$$F_{Kx}^{in} = (\beta \rho Q U)_1 = \left( \rho \frac{Q^2}{\Omega} \right)_1 = \frac{\rho Q^2}{b y_1}$$

$$\pi_x = \rho g b y_1 \cdot \frac{y_1}{2} - \rho g b y_2 \cdot \frac{y_2}{2} - \cancel{\rho g B L} = 0$$

$$G_x \approx 0$$

$$\pi_{x1} = \rho g b y_1 \cdot \frac{y_1}{2} \quad \pi_{x2} = \rho g b y_2 \cdot \frac{y_2}{2}$$

$\pi_{xz} = -BL \cdot \cancel{\rho g} \approx 0$  per la brevità del tratto e la scarsa pendenza

Il bilancio finale è:

$$\frac{\rho Q^2}{b y_2} - \frac{\rho Q^2}{b y_1} = \rho g b \frac{y_1^2}{2} - \rho g b \frac{y_2^2}{2}$$

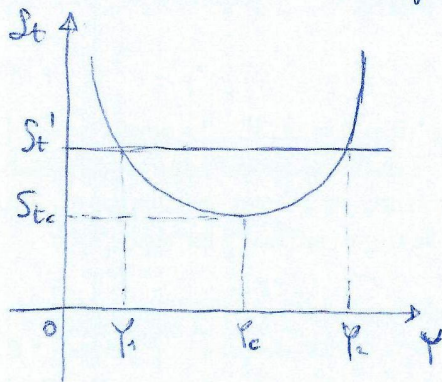
$$\Rightarrow \frac{\rho Q^2}{b y_2} + \rho g b \frac{y_2^2}{2} = \frac{\rho Q^2}{b y_1} + \rho g b \frac{y_1^2}{2}$$

La spinta totale (spinta statica più spinta dinamica) è uguale sulle due sezioni:

$$S_{01} = S_{02}$$

$$S_t = \frac{\rho Q^2}{b y} + \rho g b \frac{y^2}{2}$$

Il risalto nasce corrente lenta e veloce che hanno stessa spinta. Studiamo la funzione  $S_0$  a 2 finate:



$$\left. \frac{\partial S_0}{\partial Y} \right|_c = -\frac{\rho Q^2}{b Y^2} + \rho g b Y = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\rho Q^2}{b Y^2} = \rho g b Y \Rightarrow \frac{Q^2}{g b^2 Y^3} = 1$$

$$\Rightarrow Y = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{g b^2}} = Y_c \text{ : e' proprio la profondita' critica!}$$

Dato una spinta  $S_0'$  si individuano due profondita', una di corrente lenta e una di corrente veloce.

Si dice che le due profondita', e quindi le due correnti, sono coniugate. Abbiamo trovato un modo per passare da  $Y_1$  a  $Y_2$  e viceversa. Cerchiamo all'equazione e risolviamo nell'incognita  $Y_2$ :

$\frac{Y_2}{Y_1}$ :

$$\frac{\rho Q^2}{b Y_1} + \rho g b \frac{Y_1^2}{2} = \frac{\rho Q^2}{b Y_2} + \rho g b \frac{Y_2^2}{2} \Rightarrow \frac{Q^2}{g b^2} \frac{Y_2 - Y_1}{Y_2 Y_1} = \frac{1}{2} (Y_2 - Y_1) (Y_2 + Y_1)$$

$$\Rightarrow \frac{2 Q^2}{g b^2} \frac{1}{Y_1^3} = \frac{1}{Y_1^3} \cdot (Y_1^2 Y_2 + Y_2^2 Y_1) \Rightarrow 2 Fr_1^2 = \frac{Y_2}{Y_1} + \frac{Y_2^2}{Y_1^2}$$

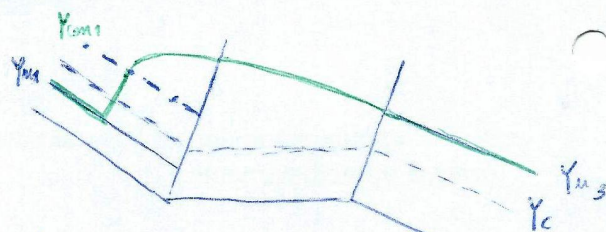
$$\Rightarrow \frac{Y_2^2}{Y_1^2} + \frac{Y_2}{Y_1} - 2 Fr_1^2 = 0 \Rightarrow \frac{Y_2}{Y_1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 8 Fr_1^2}}{2}$$

$$\Rightarrow Y_2 = \frac{-1 + \sqrt{1 + 8 Fr_1^2}}{2} Y_1$$

Ecco il legame tra  $Y_1$  e  $Y_2$ . Abbiamo scartato la soluzione al meno perché la profondita' deve essere sempre positiva.

Il risalto sarà a valle o a monte? Se:

- $S_v > S_c \Rightarrow$  risalto a valle;
- $S_c > S_v \Rightarrow$  risalto a monte.



Inoltre esistono vari tipi di risalto, dipendenti in base al valore di  $Fr^2$ :

- $Fr^2 > 3$  : risalto diretto;
- $2 < Fr^2 < 3$  : risalto ondulato con frangimento;
- $Fr^2 < 2$  : risalto ondulato.

Così:



RISALTO DIRETTO



RISALTO ONDULATO



RISALTO ONDULATO CON RIFRANGIMENTO